



Physikalisches A-Praktikum

Versuch 13

Magnetfeld von Spulen

Protokollant: Niklas Bölter Betreuer: Johannes Schmidt

Mitpraktikant: Julius Strake Durchgeführt: 17.09.2012

Gruppe: B006 Unterschrift: _____

E-Mail: niklas.boelter@stud.uni-goettingen.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Das Magnetfeld	4
2.2	Die Zylinderspule	4
2.3	Das Helmholtzspulenpaar	5
2.4	Die Hall-Sonde	5
2.5	Die Induktionsspule	6
3	Durchführung	6
3.1	Eichung des Stromintegrators	6
3.2	Messung mit der Induktionsspule	7
3.3	Messung mit der Hall-Sonde	7
4	Auswertung	7
4.1	Eichkonstante	7
4.2	Magnetfelder	8
4.3	Magnetische Feldkonstante	9
5	Diskussion	13
A	Tabellen und Grafiken	15

1 Einleitung

Bei diesem Versuch wird das Magnetfeld \mathbf{B} von zwei verschiedenen Spulen sowie einem HELMHOLTZ-Spulenpaar genauer untersucht. Dabei wird es sowohl theoretisch berechnet, als auch mittels einer Hall-Sonde und einer Induktionsspule örtlich aufgelöst vermessen.

2 Theorie

2.1 Das Magnetfeld

Die fundamentale Messgröße dieses Versuchs ist das *Magnetfeld* \mathbf{B} , welches eine wichtige Rolle in der Elektrodynamik spielt. Aus dieser ergibt sich auch der *Magnetfluss* Φ , welcher sich anschaulich als die Häufigkeit der Feldlinien, die eine gegebene Fläche \mathbf{A} durchstoßen, deuten lässt: (Meschede, 2006, S. 356)

$$\Phi = \iint_{\mathbf{A}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}.$$

Um die stoffabhängige Verstärkung bzw. Abschwächung des Magnetfeldes quantifizieren zu können, wird außerdem die *magnetische Erregung* \mathbf{H} eingeführt: (Meschede, 2006, S. 357)

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}. \quad (1)$$

Dabei wird $\mu_0 := 4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2$ die *magnetische Feldkonstante* genannt, und μ_r die materialabhängige *Permeabilitätszahl*. Da in diesem Versuch nur Luftspulen benutzt werden, wird im weiteren Verlauf $\mu_r = \mu_{r,\text{Luft}} \approx 1$ angenommen.

2.2 Die Zylinderspule

Bei einer im Verhältnis zum Radius sehr langen stromdurchflossenen Spule gilt für das Magnetfeld im Inneren näherungsweise: (Meschede, 2006, S. 359)

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I N}{l}. \quad (2)$$

Dabei ist I der durch die Spule fließende Strom, N die Anzahl der Windungen und l die Länge der Spule.

Genauer lässt sich das Feld direkt mit dem Gesetz von BIOT-SAVART berechnen. Für ein infinitesimales Stück entlang der Symmetrieachse ergibt sich folgender Beitrag zum Magnetfeld: (Demtröder, 2004, S. 107)

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot A \cdot N}{2\pi l [R^2 + (z - \zeta)^2]^{3/2}} d\zeta$$

Die zusätzlichen Größen sind die Querschnittsfläche A der Spule, ihr Radius R und die Entfernung vom Mittelpunkt. Diese sowohl für den Punkt, an dem das Magnetfeld berechnet wird (z), als auch für den Teil der Spule, dessen Beitrag berechnet wird (ζ).

Eine Integration liefert folgenden Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
 B(z) &= \int_{-\frac{1}{2}l}^{+\frac{1}{2}l} \frac{\mu_0 \cdot I \cdot A \cdot N}{2\pi l [R^2 + (z - \zeta)^2]^{3/2}} d\zeta \\
 &= \frac{\mu_0 NI}{2l} \left(\frac{z + l/2}{\sqrt{R^2 + (z + l/2)^2}} + \frac{z - l/2}{\sqrt{R^2 + (z - l/2)^2}} \right). \quad (3)
 \end{aligned}$$

2.3 Das Helmholtzspulenpaar

Die HELMHOLTZ-Spulen werden benutzt, um ein möglichst homogenes Magnetfeld zu erzeugen. Auf der Symmetrieachse der Spulen gilt dann: (Demtröder, 2004, S. 91)

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 I}{(5/4)^{3/2} R} \left[1 - \frac{144}{125} \frac{z^4}{R^4} \right]. \quad (4)$$

2.4 Die Hall-Sonde

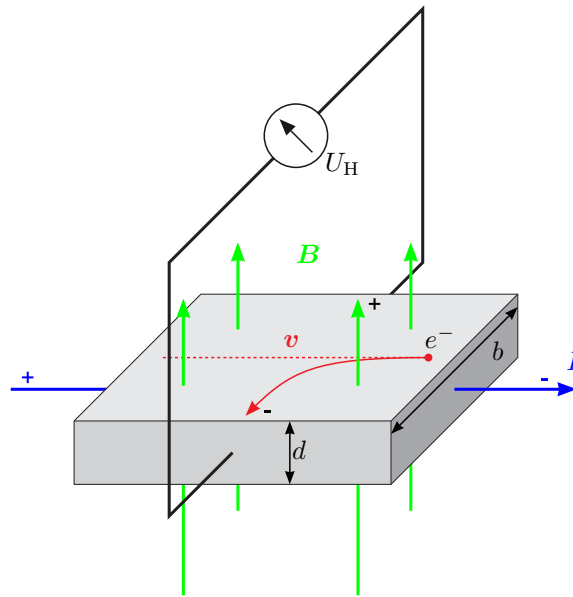


Abbildung 1: Skizze der Hallsonde (Verändert nach LP (Prior u. a.))

Die Hall-Sonde (Abb. 1) ist eine dünne Halbleiterscheibe, die von einem konstanten Strom durchflossen wird. Auf diese bewegten Ladungsträger wirkt nun die Lorentz-Kraft: (Meschede, 2006, S.348)

$$\mathbf{F}_L = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Die dadurch abgelenkten Ladungsträger sammeln sich an den Seiten, was zu einem elektrischen Feld in der Sonde führt. Die Potentialdifferenz U_H kann mit einem

Voltmeter bestimmt werden: (Meschede, 2006, S. 350)

$$U_H = -\frac{1}{en} \frac{IB}{d}$$

Dabei ist n die Ladungsträgerdichte des Materials, e die Ladung der Ladungsträger, I der Strom, B das Magnetfeld, welches senkrecht zu Stromrichtung und elektrischer Feldrichtung die Sonde durchsetzt, und d die Dicke der Scheibe.

Die Formel erklärt auch die Benutzung eines Halbleiters, denn diese haben eine deutlich niedrigere Ladungsträgerdichte als Metalle.

2.5 Die Induktionsspule

Während des An- bzw. Abschaltens eines äußeren Magnetfelds wird gemäß des Induktionsgesetzes in der Spule ein Spannungsstoß induziert: (Meschede, 2006, S. 383)

$$\int_0^t U_{\text{ind}} dt = \int_0^t N \frac{d\Phi}{dt} dt = N\Phi = NBA.$$

Dabei bezeichnet N die Windungszahl der Induktionsspule, Φ den magnetischen Fluss pro Spulenwindung und A die vom Magnetfeld durchsetzte Querschnittsfläche der Spule. Schließt man nun den Stromkreis mit einem bekannten Widerstand R , so kann man mit einem Ladungsmessgerät wie dem Stromintegrator die geflossene Ladung Q messen und über das OHMSche Gesetz den Spannungsstoß berechnen:

$$\int_0^t U_{\text{ind}} dt = \int_0^t R \cdot I dt = RQ.$$

Einfaches Umstellen führt nun zu:

$$B = \frac{R \cdot Q}{N \cdot A}. \quad (5)$$

3 Durchführung

3.1 Eichung des Stromintegrators

Zuerst werden die beiden Schaltkreise für die Messung mit der Induktionsspule aufgebaut (Abbildung 2). Als Primärspule wird die lange Spule benutzt. Dabei werden die Widerstände des Stromintegrators und der verbauten OHMSchen Widerstände und die Eichspannung gemessen.

Zur Eichung werden verschiedene Impulslängen (50 ms – 500 ms) eingestellt und nach jedem Stromimpuls die angezeigten Skalenteile des Stromintegrators notiert. Vor jeder Ladungsmessung muss die Anzeige mit dem Knopf auf dem Stromintegrator zurückgesetzt werden. Außerdem wird die Messung auch mit umgekehrter Polung wiederholt, um mögliche Abweichungen bei verschiedenen Polungen zu kompensieren.

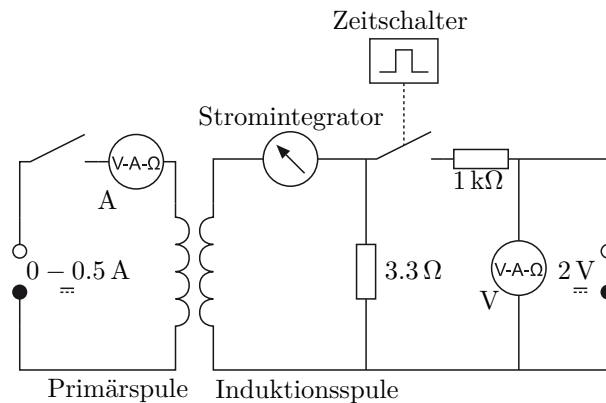


Abbildung 2: Schaltplan für Messung des Magnetfelds mit der Induktionsspule (Verändert nach LP (Prior u. a.))

3.2 Messung mit der Induktionsspule

Der Strom durch die Primärspule wird auf 0.5 A geregelt, um später das Magnetfeld auch theoretisch vorhersagen zu können, und ihre Position gemessen. Die Induktionsspule wird mittig in 2 cm Schritten in die Primärspule eingeführt, dabei werden für jede Position die induzierten Ladungen beim An- und Abschalten des Primärstroms notiert. Diese Messung wird auch außerhalb der Primärspule durchgeführt.

3.3 Messung mit der Hall-Sonde

Der Sekundärkreis der vorherigen Messung wird abgebaut, der Primärstrom bleibt nun dauerhaft eingeschaltet.

Die Magnetfelder werden mittels der Hall-Sonde vermessen, aber diesmal werden 1 cm Schritte benutzt. Auch bei dieser Messung sollte ebenfalls außerhalb der Primärspule gemessen werden.

Diese Messung wird mit der dicken Spule sowie den HELMHOLTZ-Spulen wiederholt. Danach werden alle Spulendaten, die zur theoretischen Vorhersage der Magnetfelder benutzt werden, notiert.

4 Auswertung

4.1 Eichkonstante

Mit den gemessenen Widerständen und der Eichspannung lässt sich die Stromstärke des Eichstromes durch den Stromintegrator berechnen.¹

¹Die Fehler für die folgenden Messgrößen wurden, falls nicht anders erwähnt, alle den Bedienungsanleitungen der Multimeter entnommen und die abgeleiteten Ergebnisse mittels gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Für den Fehler des Stromintegrators wurden 5 Skt. angenommen, da die Messwerte bei den beiden Polungen etwa um diesen Wert auseinanderliegen.

Aufgrund der Parallel- und Reihenschaltung der drei Widerstände ergibt sich mit Knoten- und Maschenregel die folgende Formel:

$$I_{\text{Int}} = \frac{U_{\text{Eich}}}{\left(R_{1000} + (R_{3.3}^{-1} + R_{\text{Int}}^{-1})^{-1}\right) \left(\frac{R_{\text{Int}}}{R_{3.3}} + 1\right)} = (7.42 \pm 0.40) \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

Dabei bezeichnen R_{Int} den Eingangswiderstand des Integrators, $R_{3.3}$ den 3.3Ω Widerstand und R_{1000} den 1000Ω Widerstand. Der Widerstand der Sekundärspule wurde gegenüber dem hohen Eingangswiderstand des Stromintegrators von $(901 \pm 0.17) \Omega$ vernachlässigt.

Damit können nun die Eichkonstanten berechnet werden (Tabelle 1). Als gewichteter Mittelwert ergibt sich:

$$\xi = (4.86 \pm 0.11) \cdot 10^{-9} \text{ C/Skt.}$$

Mittels Formel (5) kann man nun durch Einsetzen der Messwerte einen direkten Zusammenhang zwischen der Ausgabe des Stromintegrators und dem Magnetfeld herstellen:

$$\kappa = (4.36 \pm 0.11) \cdot 10^{-6} \text{ T/Skt.}$$

4.2 Magnetfelder

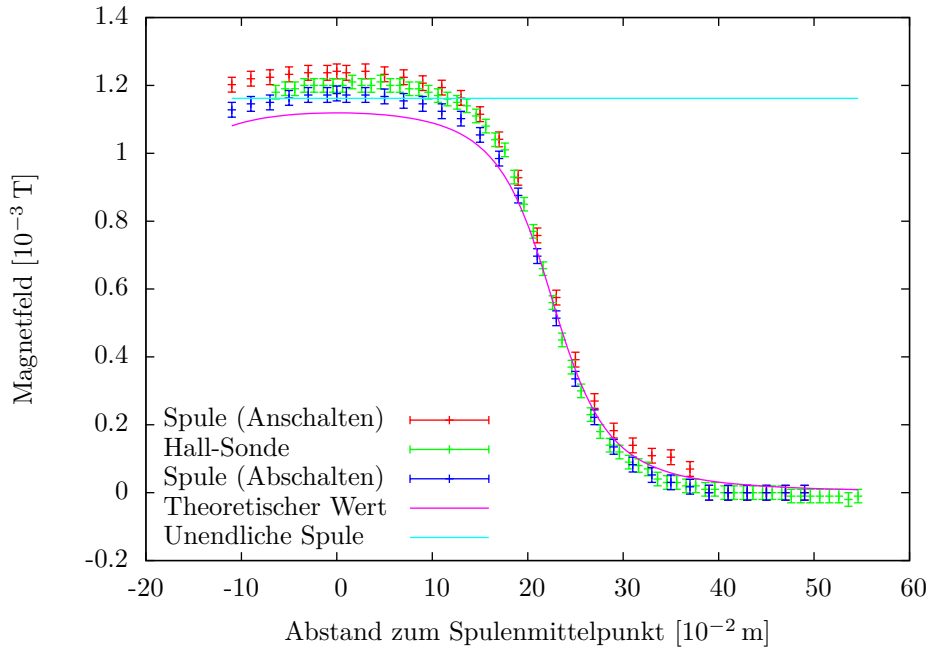


Abbildung 3: Magnetfeld in der langen Spule

Die mit dem Ergebnis von oben berechneten und die mit der Hallsonde direkt gemessenen Magnetfelder wurden in Abbildung 3 aufgetragen. Zusätzlich wurden

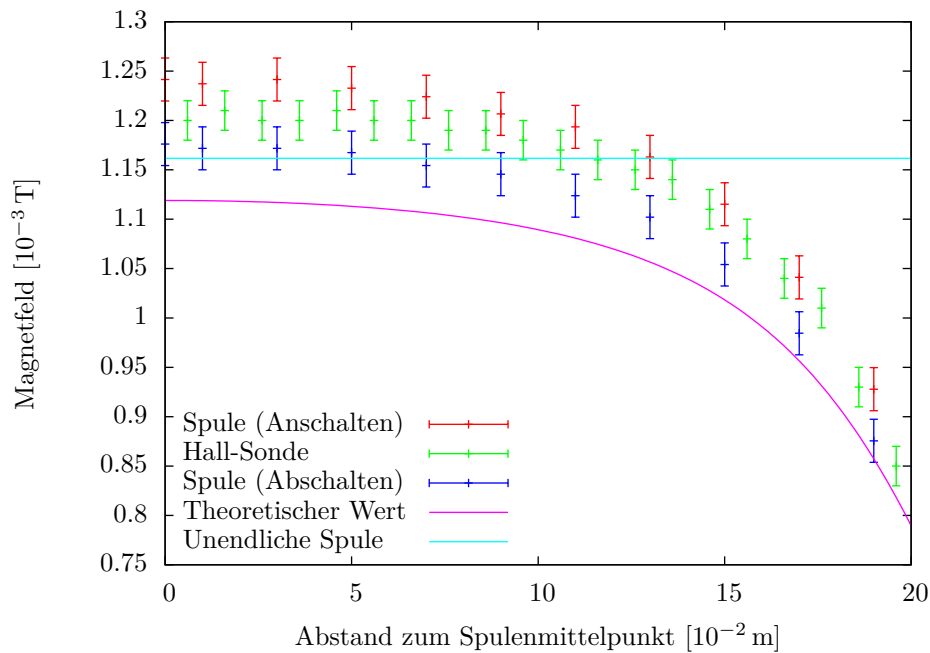


Abbildung 4: Magnetfeld in der langen Spule (Detailansicht)

die mittels Formel (2) und (3) berechneten theoretischen Verläufe für eine unendlich lange Spule und eine Zylinderspule eingetragen.

Wegen der vielen Fehlerbalken ist die Abbildung etwas unübersichtlich geworden, weshalb noch eine Detailansicht in Abbildung 4 hinzugefügt wurde.

Die anderen Spulen wurden nur mit der Hallsonde vermessen, diese Ergebnisse wurden in den Abbildungen 5 sowie 6 aufgetragen. Für den theoretischen Wert bei den HELMHOLTZ-Spulen wurde Formel (4) benutzt.

Um die Homogenität und die Feldstärke vergleichen zu können, wurden die Magnetfelder der drei Spulen in Abbildung 7 aufgetragen. Dabei wurden die Spulen so skaliert, dass ihre Enden übereinstimmen.

Es fällt deutlich auf, dass die HELMHOLTZ-Spulen über den gesamten Spulenbereich ein sehr homogenes Feld erzeugen, dass erst am Rand abschwächt. Die lange Spule hat zumindest in einem relativ großen Bereich im Inneren ein recht homogenes Feld, während das Feld in der dicken Spule schon um die Spulenmitte herum abfällt.

Das Feld der HELMHOLTZ-Spulen ist auch deutlich stärker als das der anderen Spulen.

4.3 Magnetische Feldkonstante

Um die magnetische Feldkonstante μ_0 zu bestimmen, wurden die genutzten Formeln mit den gemessenen Werten gleichgesetzt. Da alle Formeln die magnetische Feld-

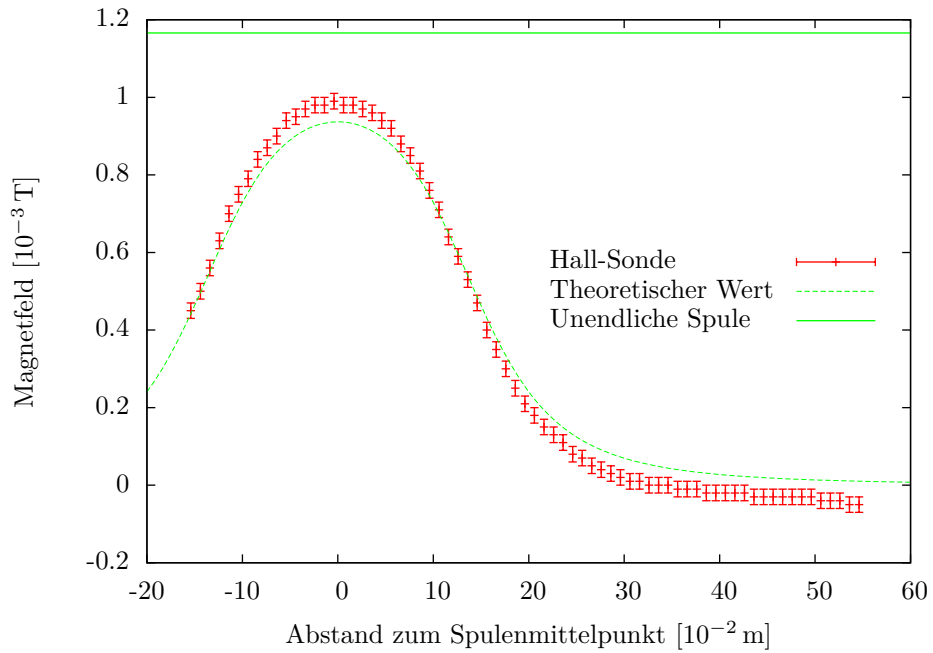


Abbildung 5: Magnetfeld in der dicken Spule

konstante als Vorfaktor enthalten, lassen sie sich sehr einfach nach μ_0 umstellen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8 sowie in einer Detailansicht in Abbildung 9 aufgetragen. Dabei sind die mit „Anschalten“ bzw. „Abschalten“ bezeichneten Messwerte mit der Induktionsspule aufgenommen, alle anderen mit der Hall-Sonde.

Da die Werte nur in der Mitte der Spulen konstant bleiben, wurden in Tabelle 2 die bestimmten Feldkonstanten aus der Mitte der jeweiligen Spule eingetragen.

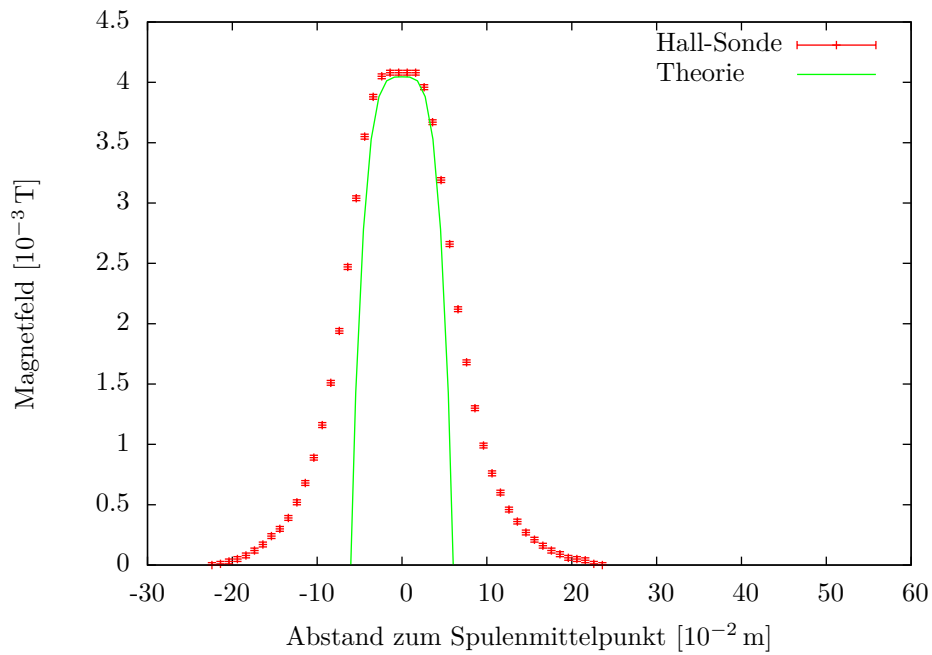


Abbildung 6: Magnetfeld in den Helmholtzspulen

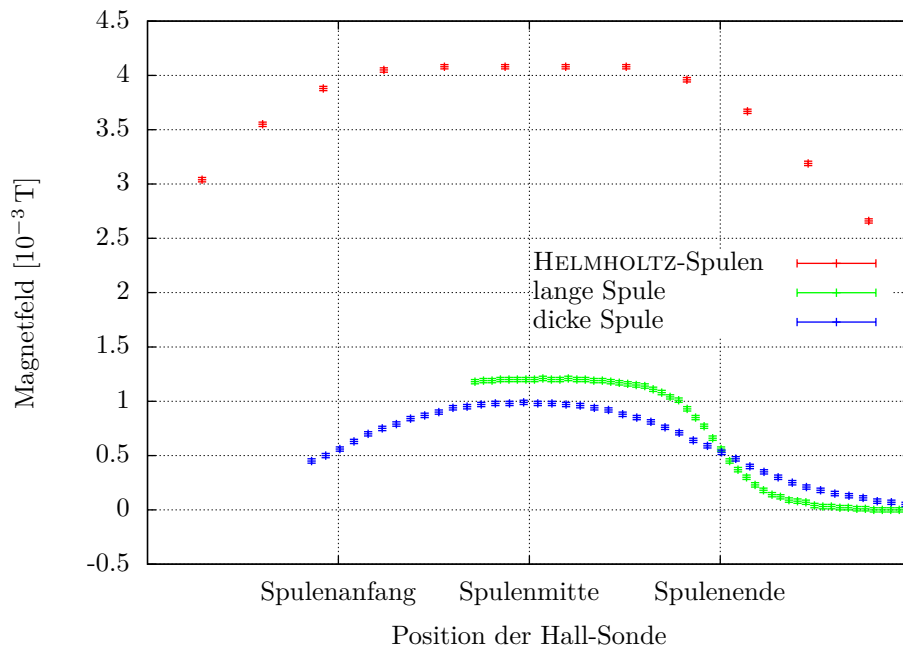


Abbildung 7: Vergleich der Homogenität und Feldstärke bei den drei Spulen

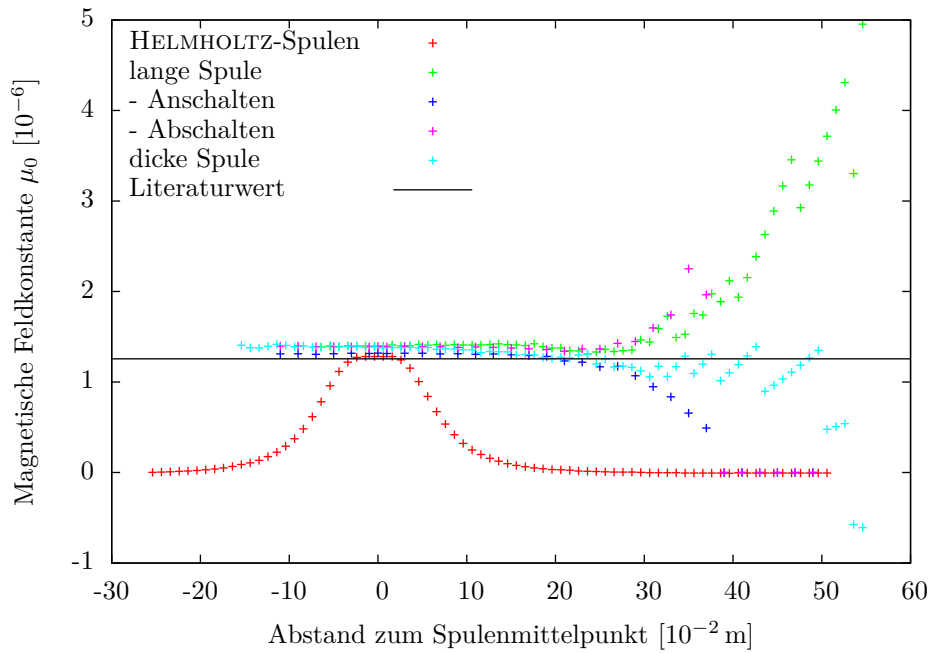


Abbildung 8: Berechnete magnetische Feldkonstante

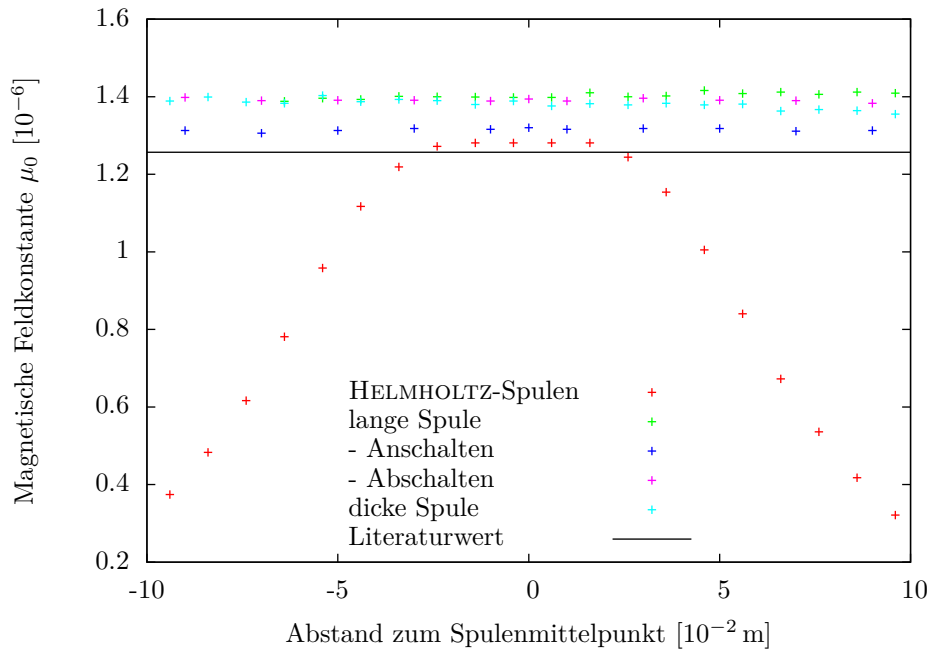


Abbildung 9: Berechnete magnetische Feldkonstante (Detailansicht)

5 Diskussion

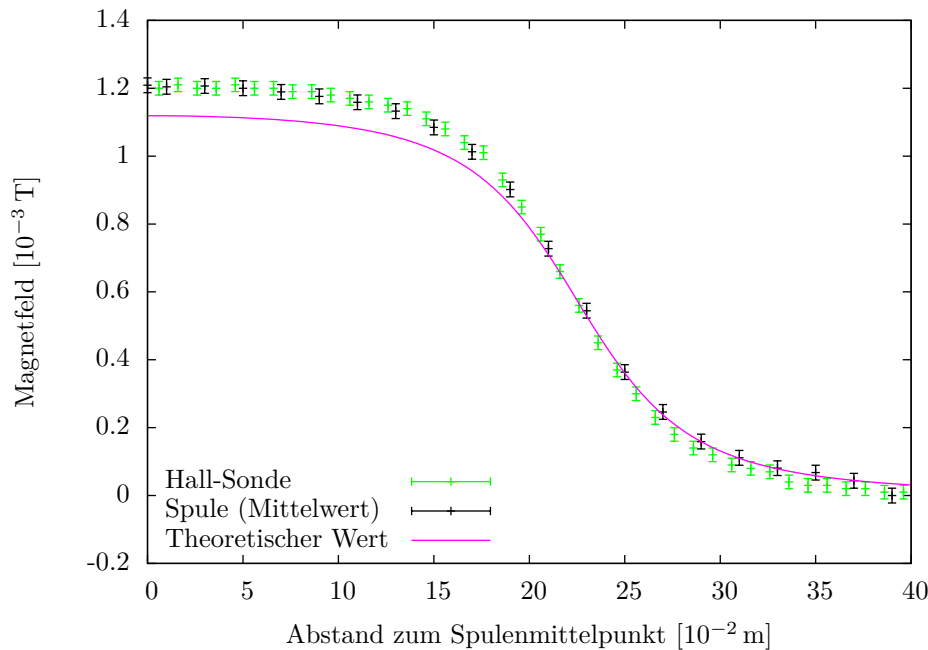


Abbildung 10: Magnetfeld in der langen Spule.

Bei der Induktionsspule fällt auf, dass die Werte für das An- bzw. Abschalten des Magnetfelds über bzw. unter denen der Hall-Sonde liegen. Hier sind also systematische Effekte im Spiel, die offenbar den Stromfluss durch den Stromintegrator in einer Richtung etwas verstärken. Deshalb wurde ein Mittel der beiden Werte für die Induktionsspule und der Wert für die Hall-Sonde in Abbildung 10 aufgetragen. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung im Inneren der Spule zu erkennen.

Offenbar macht die hergeleitete Formel (3) recht gute Vorhersagen für die beiden Spulen. Sie liegt in der Mitte generell etwas unterhalb der gemessenen Werte, was daran liegen könnte, dass die Messgeräte Metalle enthalten, die eine höhere Permeabilitätszahl als Luft haben könnten und so das Magnetfeld im Inneren verstärken. Auch eine etwas zu groß angegebene Länge der Spulen sowie ein fehlerhafter Radius könnten dafür verantwortlich sein.

Prinzipiell ist bei allen Messungen, vor allem bei der Hall-Sonde, die Positionierung relativ zum Magnetfeld wichtig für die Genauigkeit der Ergebnisse. Da bei einer fehlerhaften Positionierung, bei der die Feldlinien nicht senkrecht auf der Hall-Sonde stehen, allerdings ein niedrigeres Feld gemessen werden würde, scheint dies nicht die Ursache für die Abweichungen von Theorie und Experiment zu sein.

Bei der langen Spule kann selbst die einfache aus der Schule bekannte Formel (2) überzeugen, welche von einer unendlich langen Spule ausgeht. Offenbar ist diese Spule lang genug, dass die Randeffekte in der Mitte vernachlässigt werden können. Bei der dicken Spule liegt diese Näherung aber vollkommen daneben, und sagt ein etwa 17% zu großes Magnetfeld voraus.

Die Formel für das Feld der HELMHOLTZ-Spulen ist zwischen den beiden Spulen (Abstand ≤ 3 cm) offenbar recht zuverlässig, außerhalb aber nicht zu gebrauchen. Da Versuche mit HELMHOLTZ-Spulen üblicherweise das homogene Magnetfeld im Inneren ausnutzen, sind die eher unwichtigen Effekte außerhalb wohl nicht in der recht einfachen Formel berücksichtigt worden.

Bei der magnetischen Feldkonstante μ_0 weichen die Ergebnisse in der Spulenmitte leider bis zu 12 % nach oben hin ab. Das ist wenig überraschend, da die Formeln ja wie oben diskutiert in der Mitte ein etwas zu niedriges Magnetfeld vorhergesagt haben. Einzig bei den HELMHOLTZ-Spulen kann die berechnete Feldkonstante überzeugen. Auf Fehlerbalken wurde verzichtet, weil ein großer Teil der Fehler sicher aus den theoretischen Ergebnissen stammt, die auf nicht selbst gemessenen Werten beruhen.

Sehr deutlich zu sehen ist die mangelhafte Übereinstimmung von Messung und Theorie weit außerhalb der beiden Spulen. In diesem Bereich war die Auflösung der Messgeräte einfach viel zu grob, wie zum Beispiel sehr gut an den Artefakten bei den Messwerten der dicken Spule gesehen werden kann. Hier war streckenweise der Messwert über einige Zentimeter konstant, was zu den interessanten Sprüngen führt. Auch Umgebungseffekte können hier schon eine Rolle gespielt haben, so war in diesem Bereich das gemessene Magnetfeld schon im Bereich des Erdmagnetfelds ($B < 10 \mu\text{T}$).

Wie oben schon diskutiert, ist die Formel für das Feld der HELMHOLTZ-Spulen außerhalb der Spulen unbrauchbar, und führt damit natürlich sofort zu deutlich abweichenden Feldkonstanten schon nach wenigen Zentimetern.

Abschließend lässt sich sagen, dass beide Messmethoden die Magnetfelder recht ähnlich genau bestimmt haben, wenn man bei der Induktionsspule einen Mittelwert aus den Ladungen beim An- bzw Abschalten bildet. Die Hall-Sonde mit ihrem deutlich kompakteren Aufbau und der einfachen Bedienung ist ansonsten aber vorzuziehen.

A Tabellen und Grafiken

Integrationszeit [ms]	Ladung ₊ [Skt.]	Ladung ₋ [Skt.]	Eichkonstante [nC/Skt.]
50	71	-84	4.79 ± 0.39
100	149	-154	4.90 ± 0.35
150	221	-233	4.90 ± 0.34
200	303	-309	4.85 ± 0.33
250	380	-386	4.85 ± 0.33
300	457	-465	4.83 ± 0.33
350	533	-533	4.87 ± 0.33
400	601	-615	4.88 ± 0.33
450	687	-688	4.86 ± 0.33
500	763	-767	4.85 ± 0.33

Tabelle 1: Eichkonstanten für verschiedene Zeitintervalle

Spulentyp	Magnetische Feldkonstante in der Mitte [10 ⁻⁶ Vs/Am]
HELMHOLTZ-Spulen	1.281
Dicke Spule	1.389
Lange Spule	1.398
Lange Spule (Indukt.)	1.357
Literaturwert	1.257

Tabelle 2: Gemessene Magnetische Feldkonstanten in der Mitte der Spulen und Literaturwert (Lide, 2010)

Literatur

- [Demtröder 2004] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 2*. 3. Ausgabe. Springer, 2004
- [Lide 2010] LIDE, David P. (Hrsg.): *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 90. Ausgabe. CRC, 2010
- [Meschede 2006] MESCHEDER, Dieter: *Gerthsen Physik*. 23. Ausgabe. Springer, 2006
- [Prior u. a.] PRIOR, Mira ; GROSSE-KNETTER, Jörn ; SCHAAF, Peter: *LP - Magnetfeld von Spulen*. – URL <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4087>. – Zugriffsdatum: 2012-09-17