



Physikalisches A-Praktikum

Versuch 6

Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer

Praktikanten:	Julius Strake	Betreuer:	Hendrik Schmidt
	Niklas Bölter	Durchgeführt:	07.05.2012
Gruppe:	17	Unterschrift:	_____

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Ideales Gas	4
2.2	Temperatur, Druck und Volumen	4
2.3	Hauptsätze der Thermodynamik	5
2.4	Spezifische Wärme	5
3	Durchführung	6
3.1	Gasthermometer	6
3.2	Spezifische Wärme	6
4	Auswertung	7
4.1	Gasthermometer	7
4.2	Spezifische Wärme	9
5	Diskussion	10
5.1	Absoluter Nullpunkt	10
5.2	Spezifische Wärme der Luft und Anzahl der Freiheitsgrade	10
5.3	Verbesserungsvorschläge	10
A	Tabellen und Grafiken	11

1 Einleitung

Unsere Physiologie erlaubt es uns, zwischen Warm und Kalt zu unterscheiden und Temperaturunterschiede schon im kleinen Ausmaß zu spüren. Eine genaue Messung ist jedoch nur durch Thermometer möglich. Aber welche Skala ist hierfür geeignet?

Im frühen 18. Jahrhundert begannen Wissenschaftler wie Anders CELSIUS und Daniel Gabriel FAHRENHEIT sich mit genaueren Skalen zur Temperatureinteilung zu beschäftigen. Hierbei wurden meist zwei Punkte der Skala mehr oder weniger willkürlich festgelegt, um anschließend mit einem linearen Zusammenhang die restliche Skala zu errechnen. CELSIUS wählte für den Nullpunkt seiner Skala den Gefrierpunkt des Wassers.

Im ersten Teil des Versuches soll daher der absolute Temperaturnullpunkt bestimmt werden.

Im zweiten Teil wird die spezifische Wärme der Luft bei konstantem Volumen bestimmt, welche ein Maß für die Energiezufuhr ist, die nötig ist, um dieses Volumen um einen bestimmten Betrag zu erhitzen.

2 Theorie

2.1 Ideales Gas

Als *ideales Gas* bezeichnet man einen gasförmigen Stoff, dessen als punktförmig angenommene Moleküle ausschließlich durch elastische Stoßprozesse (Impulsübertragung) wechselwirken. Dies ist natürlich ein abstrakter Begriff, der nur als einfache Näherung des wirklichen Sachverhaltes verwendet werden kann. Bei vielen Gasen ist diese Näherung allerdings für die meisten Anwendungen ausreichend genau.

2.2 Temperatur, Druck und Volumen

Temperatur, *Druck* und *Volumen* sind drei eng zusammenhängende Begriffe der Thermodynamik. Der Druck p ist definiert als das Verhältnis einer senkrecht auf eine Fläche wirkenden Kraft F zu deren Oberfläche A .

$$p = \frac{F}{A}$$

Die Temperatur T ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie $\langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle$ der Moleküle eines Stoffes. Bei idealen Gasen mit konstanter Teilchenzahl gelten folgende Gesetzmäßigkeiten [2]:

Gesetz von BOYLE-MARIOTTE:

$$pV = \text{const} \quad (\text{bei } T, n = \text{const})$$

Gesetz von GAY-LUSSAC:

$$\begin{aligned} V(t) &= V_0(1 + \gamma t) \quad (p = \text{const}) \\ \Rightarrow p(t) &= p_0(1 + \gamma t) \quad (V = \text{const}) \end{aligned}$$

Die *ideale Gasgleichung*:

$$pV = NkT = nRT$$

Hier bezeichnet N die Teilchenzahl, k die BOLTZMANN-Konstante, n die Stoffmenge und R die universelle Gaskonstante.

2.3 Hauptsätze der Thermodynamik

Die Hauptsätze lauten [2]

1. $dU = \delta Q + \delta W$
2. Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die ausschließlich Wärme in mechanische Arbeit umwandelt.
3. Den absoluten Temperaturnullpunkt $T = 0$ zu erreichen, ist unmöglich.

Es bezeichnet dU die innere Energie des Systems, δQ die dem System von außen zugeführte Wärme und δW die in das System überführte Arbeit. Für die innere Energie gilt außerdem das Äquipartitionstheorem [2]: $U = \frac{1}{2}fRT$, wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade eines Moleküls des jeweiligen Gases bezeichnet.

2.4 Spezifische Wärme

Die *spezifische Wärmekapazität* (kurz: spezifische Wärme) eines Stoffes ist ein Faktor c , der bestimmt, welche Wärmemenge ΔQ einer Masse $m = 1$ kg des Stoffes zugeführt werden muss, um diesen um die Temperatur $\Delta T = 1$ K zu erhitzen [2]:

$$\Delta Q = c\Delta T.$$

Man unterscheidet zwischen spezifischer Wärme c_p bei Erwärmung unter konstantem Druck und spezifischer Wärme c_V bei Erwärmung unter konstantem Volumen. Weiterhin gilt [2]

$$dU = c_V dT.$$

Aus der idealen Gasgleichung für $n = 1$ Mol folgt $Vdp + pdV = RdT$ und bei konstantem Volumen gilt [2] $\delta W = -pdV$. Mit $dU = \frac{1}{2}fRdT$ folgt schließlich:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{RdT} &= \frac{\delta Q + \delta W}{RdT} \\ \Rightarrow \frac{f}{2} &= \frac{\delta Q - pdV}{Vdp + pdV} \\ \Rightarrow \frac{c_V}{R} &= \frac{\delta Q - pdV}{Vdp + pdV} \end{aligned}$$

Im zweiten Teil des Versuches wird zur Berechnung des Drucks ein Zusammenhang zwischen Druckunterschied und Höhenunterschied der Wassersäule im Manometer benötigt (siehe Abb. 2). Dieser soll nun hergeleitet werden.

Die Zunahme des Volumens der Luft im Glaskolben verursacht den gleichen Volumenunterschied ΔV im Manometer. Es gilt mit den Bezeichnungen aus Abb. 2:

$$\Delta V = \pi r_1^2 \Delta z_1 = \pi r_2^2 \Delta z_2.$$

Hier ist leicht zu sehen: $\Delta z_2 = \Delta z_1 (r_1/r_2)^2$. Der Druckunterschied lässt sich dann durch

$$\Delta p = \rho g (\Delta z_1 + \Delta z_2) = \rho g \Delta z_1 \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]$$

errechnen. Für die Energie des Kondensators gilt [2]:

$$\Delta Q = \frac{1}{2}CU^2.$$

3 Durchführung

3.1 Gasthermometer

Zuerst wird das Gasthermometer bei 0°C geeicht, indem man den mit Gas gefüllten Glaskolben in ein Becherglas mit Eiswasser taucht und das Ventil des Manometers aufdreht, so dass der Umgebungsdruck dem Nulldruck des Messgeräts entspricht. Sobald das Manometer einen Wert um etwa 0 kPa anzeigt, wird das Ventil wieder geschlossen und das Becherglas mittels einer Heizplatte erhitzt.

Während des Erhitzens wird mit einem Stabthermometer die Temperatur ϑ [$^\circ\text{C}$] des Wassers ermittelt und bei bestimmten Werten die Anzeige des Manometers abgelesen. Nach Erreichen der maximalen Temperatur (je nach Druck, am Versuchstag etwa 96°C) wird der Aufbau von der Heizplatte genommen. Das Wasser wird jetzt mit Hilfe von Eis langsam wieder auf 0°C abgekühlt, um diesmal beim Abkühlungsvorgang die oben beschriebene Messprozedur zu wiederholen. Hierbei sollte man darauf achten, den Glaskolben während des Abgießens von überschüssigem Wasser nicht aus dem Wasserbad zu nehmen, so dass eine langsam sinkende Temperatur gewährleistet werden kann.

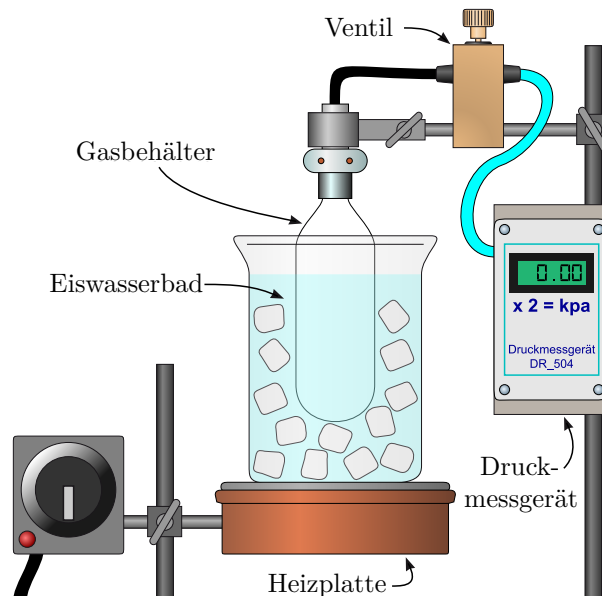


Abbildung 1: Skizze des Aufbaus vom Versuch zum Gasthermometer (Verändert nach LP [3])

3.2 Spezifische Wärme

Zuerst wird der Innendurchmesser und die Länge des Glaszylinders gemessen. Dann wird das offene Ventil der Apparatur zugeschraubt, um anschließend den um die

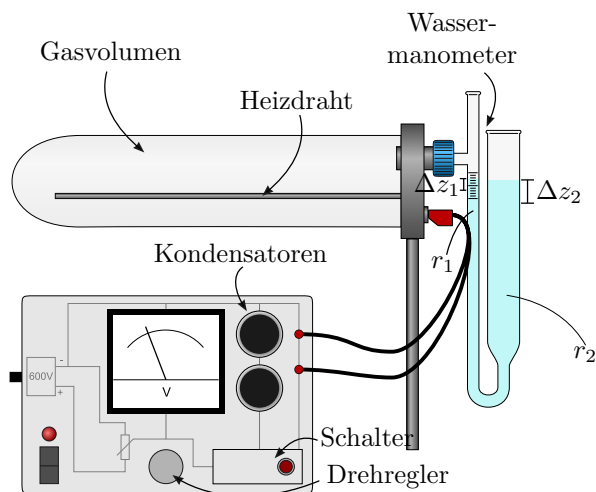


Abbildung 2: Skizze des Aufbaus vom Versuch zur spezifischen Wärme (Verändert nach LP [4])

Spannung $U = (150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500)$ V aufgeladenen Kondensator über einen Heizdraht zu entladen, der die in einem Glaskolben eingeschlossene Luft kurzzeitig aufheizt. Der Kolben ist an ein U-förmiges Wassermanometer angeschlossen (vgl. Abb. 2). Die Erhitzung der Luft führt zur einer kurzzeitigen Ausdehnung derselben, welche wiederum einen Ausschlag der Flüssigkeit Δz_1 bzw. Δz_2 verursacht, der mit Hilfe einer am U-Rohr angebrachten 2-Millimeter-Skala gemessen wird. Dieser Vorgang wird für die oben angegebenen Spannungen wiederholt, wobei zu beachten ist, das Ventil nach jeder Entladung kurz zu öffnen, um eine gleichbleibende Ausgangstemperatur im Glaskolben und Nulllage des Manometers zu erreichen.

4 Auswertung

4.1 Gasthermometer

Zur Bestimmung des Drucks werden die abgelesenen Messwerte p_{Mess} für den Druckunterschied mit 2 multipliziert, um Werte in kPa zu erhalten und sie anschließend zu dem Umgebungsdruck am Versuchstag $p_0 = 100.87$ kPa zu addieren. Aus der linearen Regression der so ermittelten Werte¹ ergeben sich zwei lineare Funktionen

$$\begin{aligned} f_H(\vartheta) &= 0.324 \vartheta + 101.493 \text{ } ^\circ\text{C}, \\ f_K(\vartheta) &= 0.310 \vartheta + 102.350 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

(vergleiche Abb. 3, Abb. 4). Die Nullstellen dieser Funktionen geben den aus den Messwerten zu berechnenden absoluten Nullpunkt an.

Durch Mittelwertbildung ergibt sich:

$$\overline{\vartheta_0} = -(321.9 \pm 2.7) \text{ } ^\circ\text{C}.$$

In diesen Wert fließen die sich fortplantzenden Fehler von ϑ (umgerechnet in Fehler in p_{Mess}), p_0 und p_{Mess} ein. Der Literaturwert ist [1] $\vartheta_{0,Lit} = -273.15$ °C. Der ermittelte Wert weicht hiervon um 17.83% ab.

¹via gnuplot, $\chi_{red,Heiz}^2 = 0.704485$, $\chi_{red,Kühl}^2 = 0.415153$

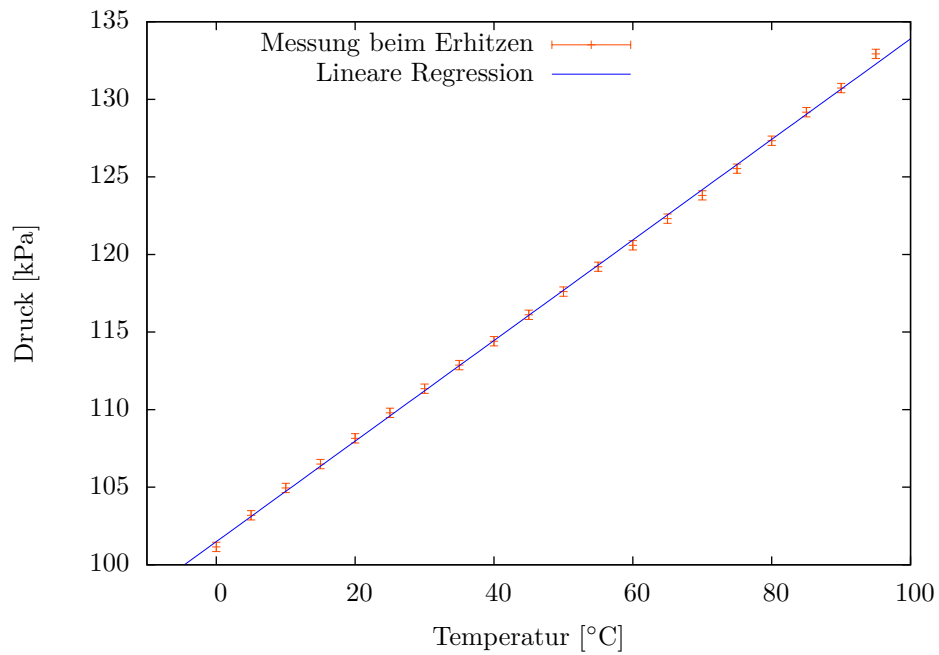


Abbildung 3: Lineare Regression der Messwerte für das Gasthermometer beim Erhitzen

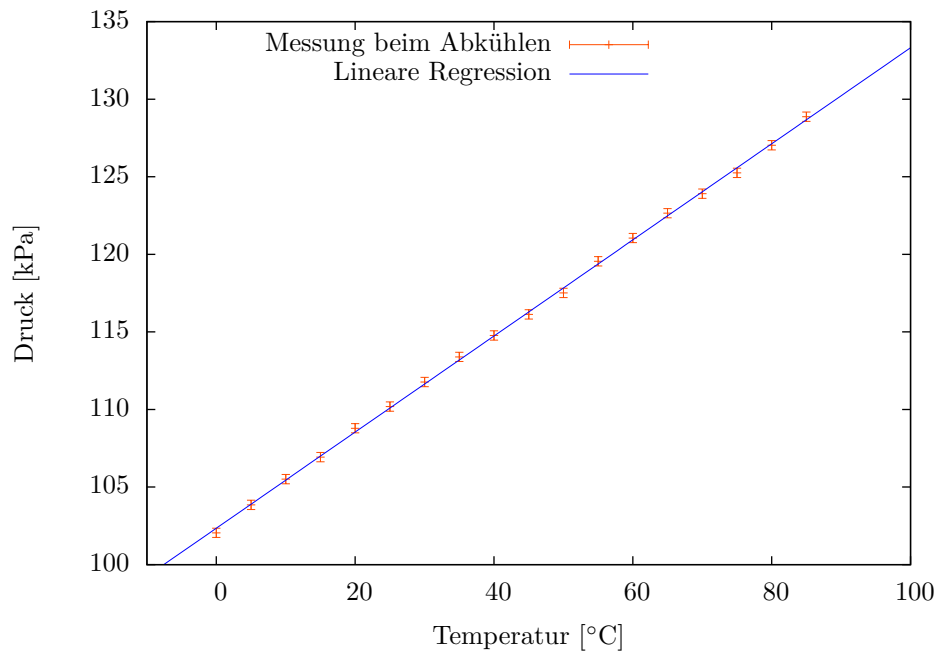


Abbildung 4: Lineare Regression der Messwerte für das Gasthermometer beim Abkühlen

4.2 Spezifische Wärme

Zur Bestimmung der spezifischen Wärme der Luft werden zunächst per oben beschriebenen Formeln aus den Messwerten die Energie ΔQ und die Unterschiede in Volumen und Druck ΔV und Δp bestimmt. Anschließend wird mit den Ausgangswerten für Volumen und Druck V_0 (aus Messungen von Durchmesser und Länge des Glaszylinders) und p_0 die spezifische Wärme bestimmt und das gewichtete Mittel gebildet:

$$\overline{c_V} = (23.76 \pm 0.34) \frac{\text{J}}{\text{mol K}}.$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert ($20.85 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, [1]) liefert eine relative Abweichung von 12.25 %.

Das Ergebnis für c_V entspricht einem gewichteten Mittel an Freiheitsgeraden von

$$\overline{f} = 5.69 \pm 0.02.$$

Die Fehler für f und c_V ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \sigma_{c_V} &= \frac{R}{2} \sigma_f \\ &= \sqrt{\left(\frac{K\sigma_z}{zG+A}\right)^2 + \left(\frac{A(K+GV)\sigma_{p_0}}{(GV+A)^2}\right)^2 + \left(\frac{2K\sigma_U}{U(GV+A)}\right)^2 + \left(\frac{G(A-K)}{(GV+A)^2}\right)^2} \end{aligned}$$

mit $G = \rho g(1 + (r_1/r_2)^2)$, $K = (2\Delta z_1)^{-1}CU^2$ und $A = p_0\pi r_1^2$.

Es wurden $\rho_{Wasser} = 997 \text{ kg m}^{-3}$, $r_1 = 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $r_2 = 9.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ und $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ als exakt angenommen und nicht in die Fehlerrechnung einbezogen.

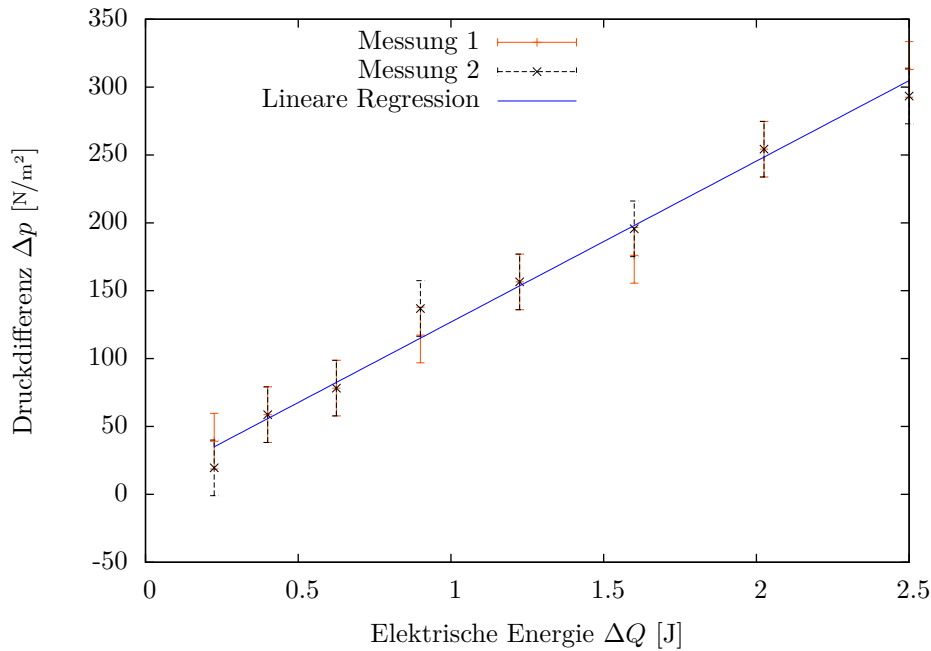


Abbildung 5: Messwerte zur spezifischen Wärme

5 Diskussion

5.1 Absoluter Nullpunkt

Die recht große Abweichung vom Literaturwert lässt sich vor allem durch folgende wichtige Faktoren erklären.

Zum einen wurde das Gasgefäß nicht vollständig in das Wasserbad getaucht, was für einen höchstwahrscheinlich nicht zu vernachlässigenden Wärmeaustausch mit der umgebenden Luft verantwortlich war. Hierdurch stimmt die im Wasserbad gemessene Temperatur vermutlich nicht sehr gut mit der im Glaskolben herrschenden Temperatur überein, was sowohl für die Messung bei Erhitzung als auch bei Abkühlung gilt. Ist das Wasserbad kühler als die Raumtemperatur, so wäre der gemessene Druck zu hoch, während ein gegenüber der Raumtemperatur heißeres Wasserbad für zu geringe Messergebnisse sorgen würde. Die mit solchen Werten berechnete Regressionsgerade hätte folglich eine geringere Steigung, was zu einem zu tiefen Endergebnis für den absoluten Nullpunkt der Celsius-Skala führen würde.

Zum anderen gibt es im Versuchsaufbau viele Verbindungsstellen und das Ventil, so dass die Apparatur eine Undichtigkeit aufweisen könnte (vgl. Abb. 1). Der resultierende Druckverlust im Manometer würde natürlich eine zusätzliche Verfälschung des Ergebnisses bewirken, deren Effekt dem oben beschriebenen ähneln würde.

5.2 Spezifische Wärme der Luft und Anzahl der Freiheitsgrade

Bei diesem Versuch ist die vermutlich größte Fehlerquelle die schwierig abzulesende Manometerskala. Da der Volumen- und Druckunterschied nur einen kurzen Ausschlag verursacht und zusätzlich die Skala mit 2-Millimeter-Unterteilungen einigermaßen grob ist, sind die Messwerte für den Höhenunterschied Δz_1 mit einem recht großen Fehler behaftet.

Zusätzlich ist die Einstellung einer Spannung am Kondensator relativ ungenau, was zu weiteren systematischen Fehlern führt.

5.3 Verbesserungsvorschläge

Im ersten Teil des Versuches mussten wir die Werte einer anderen Gruppe verwenden, um eine sinnvolle Auswertung schreiben zu können, da das Druckmessgerät an Apparatur 1 absolut undicht war. Es wäre wünschenswert, hier baldestmöglich eine Reparatur durchzuführen. Im zweiten Teil würde außerdem eine genauere Messskala für den Höhenunterschied genauere Ergebnisse ermöglichen.

A Tabellen und Grafiken

Erhitzung		Abkühlung	
Temperatur ϑ [°C]	Druckdifferenz Δp [Pa]	Temperatur ϑ [°C]	Druckdifferenz Δp [Pa]
0	280	0	1180
5	2320	5	2980
10	4080	10	4640
15	5620	15	6060
20	7280	20	7920
25	8920	25	9320
30	10480	30	10900
35	12000	35	12520
40	13540	40	13900
45	15240	45	15260
50	16740	50	16640
55	18340	55	18680
60	19720	60	20180
65	21440	65	21780
70	22940	70	23040
75	24660	75	24380
80	26460	80	26160
85	28300	85	28000
90	29860	-	-
95	32060	-	-

Tabelle 1: Berechneter Druck bei jeweiliger Temperatur in Teil 1 des Versuchs

Höhenunterschied Δz_1 [10^{-3} m] ($\pm 1 \cdot 10^{-3}$ m)	Druckdifferenz Δp [Pa] ($\pm 2 \cdot 10^4$ Pa)	Volumendifferenz ΔV [10^{-7} m ³] ($\pm 10^{-5}$ m ³)	Spez. Wärme c_V [J mol ⁻¹ K ⁻¹] -
2	40971	0.50	17.19 \pm 2.24
3	61456	0.75	20.45 \pm 1.99
4	81942	1.01	24.04 \pm 1.86
6	122913	1.51	23.06 \pm 1.49
8	163884	2.01	23.55 \pm 1.30
9	184370	2.26	27.40 \pm 1.33
13	266312	3.27	23.96 \pm 1.03
16	327769	4.02	24.04 \pm 0.93
1	20485	0.25	34.79 \pm 4.48
3	61456	0.75	20.45 \pm 1.99
4	81942	1.01	24.04 \pm 1.86
7	143399	1.76	19.71 \pm 1.28
8	163884	2.01	23.55 \pm 1.30
10	204855	2.51	24.62 \pm 1.19
13	266312	3.27	23.96 \pm 1.03
15	307283	3.77	25.66 \pm 0.99

Tabelle 2: Gemessener Höhenunterschied, zugehörige Volumen- und Druckdifferenzen und das jeweils resultierende c_V in Teil 2 des Versuchs

Literatur

- [1] LIDE, David P. (Hrsg.): *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 90. Ausgabe. CRC, 2010
- [2] MESCHÉDE, Dieter: *Gerthsen Physik*. 23. Ausgabe. Springer, 2006
- [3] PRIOR, Mira ; MANN, Alexander: *LP - Gasthermometer*. – URL <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3643>. – Zugriffsdatum: 2012-05-09
- [4] PRIOR, Mira ; MANN, Alexander: *LP - Spezifische Wärme von Luft*. – URL <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3643>. – Zugriffsdatum: 2012-05-09