



Physikalisches A-Praktikum

Versuch 5

Kapillarität und Viskosität

Praktikanten:	Julius Strake	Betreuer:	Hendrik Schmidt
	Niklas Bölter	Durchgeführt:	24.04.2012
Gruppe:	17	Unterschrift:	_____

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Intermolekulare Wechselwirkungen in Flüssigkeiten	4
2.2	Oberflächen- und Grenzflächenspannung	4
2.3	Kapillarität	4
2.4	Viskosität	4
3	Durchführung	5
3.1	Kapillarität	5
3.2	Innere Reibung	6
4	Auswertung	6
4.1	Oberflächenspannung	6
4.2	Viskosität	7
4.2.1	Linearer Ansatz	7
4.2.2	Logarithmischer Ansatz	8
5	Diskussion	9
5.1	Oberflächenspannung	9
5.2	Viskosität	10
5.3	Verbesserungsvorschläge	11
A	Tabellen und Grafiken	12

1 Einleitung

Wieso steigt Wasser in dünnen Kapillaren über den umgebenden Pegel? Weshalb kann man Wasser in einem Glas höher „auftürmen“ als bis zum Rand? Warum kann man sich in Wasser nicht so schnell bewegen wie in Luft? Solche und andere Fragen gehen auf die Beobachtung der Oberflächenspannung und Viskosität zurück. Das Ziel dieses Versuchs ist es daher, diese beiden Phänomene zu untersuchen und Messungen bei verschiedenen Flüssigkeiten auszuwerten.

2 Theorie

2.1 Intermolekulare Wechselwirkungen in Flüssigkeiten

Zur Erklärung der beschriebenen Phänomene ist es hilfreich, die zugrundeliegenden Wechselwirkungen zu betrachten. Auf molekularer Ebene sind dies die *Dipol-Dipol*- und die *VAN-DER-WAALS-Wechselwirkungen*, die für *Kohäsion*, die Anziehung von Molekülen gleicher Art, und *Adhäsion*, die Anziehung von Molekülen verschiedener Art, sorgen. Bei beiden Wechselwirkungen handelt es sich um elektromagnetische Effekte, die durch statische oder temporäre Dipolmomente der Moleküle verursacht werden und so für eine Ko- bzw. Adhäsion sorgen.

2.2 Oberflächen- und Grenzflächenspannung

Innerhalb eines homogenen Mediums i sind die intermolekularen Wechselwirkungen im zeitlichen Mittel im Gleichgewicht, an Grenzflächen zu einem zweiten Medium j „fehlen“ die Kohäsionskräfte der Moleküle auf einer Seite. Dadurch entsteht eine Kraft, welche die Moleküle der Grenzschicht in das Medium hineinzieht, und einer Vergrößerung der Oberfläche entgegenwirkt. Die Oberflächenspannung σ ist ein Maß für diese Kraft. Die Adhäsionskräfte des zweiten Mediums wirken dieser Kraft entgegen, sodass die resultierende Kraft je nach Größe von Ko- und Adhäsion in Richtung beider Medien zeigen kann. Hieraus ergibt sich die Grenzflächenspannung σ_{ij} . Diese kann auch negativ sein, wenn die Adhäsionskräfte überwiegen.

2.3 Kapillarität

Taucht man eine ausreichend dünne Kapillare in eine Flüssigkeit, so kommt es je nach Grenzflächenspannung zu einer Aszension oder Depression der Flüssigkeitssäule in der Kapillare. Die Formel für den Höhenunterschied lautet [2]

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}. \quad (1)$$

Ob es sich um Kapillaraszension oder -depression handelt, lässt sich durch Bestimmung des Meniskenwinkels θ überprüfen. Dieser ergibt sich aus [2]

$$\sigma_{23} - \sigma_{13} = -\sigma_{12} \cos \theta.$$

Hierbei bezeichnen die Indizes folgende Medien: 1 \sim Dampf, 2 \sim Flüssigkeit und 3 \sim Wand.

2.4 Viskosität

Die Viskosität η ist ein Maß für die innere Reibung eines Mediums. Sie ist definiert durch [2]

$$\mathbf{F} = \eta A \frac{d\mathbf{v}}{dz}.$$

Dabei ist \mathbf{F} die Kraft auf eine Platte der Fläche A , die in der Flüssigkeit mit der (im Grenzfall infinitesimal kleinen) Geschwindigkeit $d\mathbf{v}$ in der Entfernung dz parallel zu einer Wand verschoben wird. In der Auswertung wird η allerdings mit Hilfe des HAGEN-POISEUILLESchen Gesetzes [2] bestimmt:

$$\dot{V} = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = \frac{\pi \cdot \Delta P}{8\eta l} R^4. \quad (2)$$

Dabei bezeichnet \dot{V} den Volumenstrom einer Flüssigkeit, die durch einen Druckunterschied von ΔP durch einen Zylinder gedrückt wird. Dieser hat die Länge l und den Radius R .

3 Durchführung

3.1 Kapillarität

Zunächst werden drei Kapillaren unterschiedlichen Durchmessers, welche mit einer Millimeterskala versehen sind, mit Hilfe eines Lösungsmittels, weichem Wasser und einer Wasserstrahlpumpe gereinigt und getrocknet.

Anschließend wird der Durchmesser der Kapillaren mit Hilfe eines Messmikroskops gemessen. Das Messmikroskop hat eine Skaleneinteilung von $10 \mu\text{m}$.

Jetzt werden die Kapillaren in die verschiedenen Flüssigkeiten getaucht und herausgehoben, bis der Nullpunkt der aufgetragenen Millimeterskala auf Höhe des umgebenden Flüssigkeitsspiegels liegt. Die Steighöhe in der Kapillare wird abgelesen.

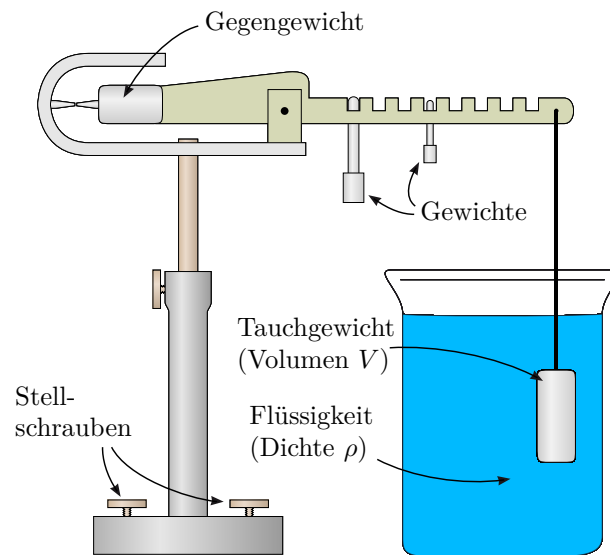


Abbildung 1: Skizze der MOHRschen Waage (Verändert nach LP [3])

Mit Hilfe der MOHRschen Waage (Siehe Abb. 1) werden nun die Dichten von Methanol und Ethylenglykol im Verhältnis zu Wasser gemessen. Dabei wird die Dichte von Wasser auf $\rho_{\text{Wasser}} = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ [1] gesetzt. Die Mohrsche Waage basiert auf dem Archimedischen Prinzip, der Auftrieb des Tauchkörpers entspricht der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit, und ist damit linear von dessen Dichte abhängig.

3.2 Innere Reibung

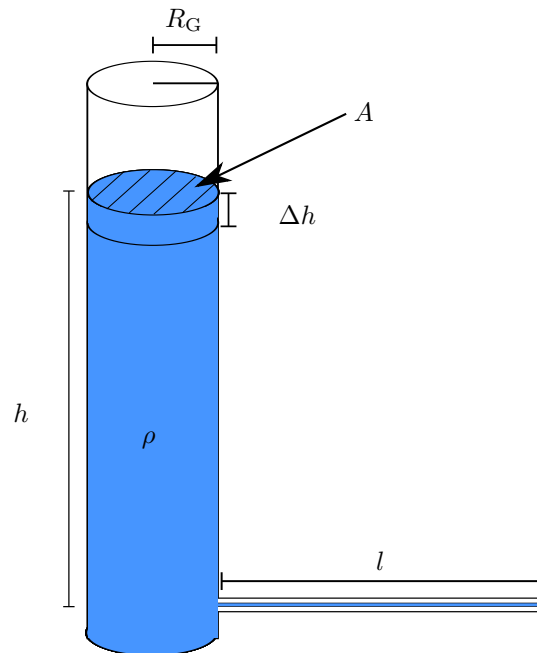


Abbildung 2: Skizze der Versuchsanordnung für innere Reibung

Zur Messung der Viskosität wird das Wasser durch die verschiedenen Kapillaren aus einem Glaszylinder geleitet (siehe Abb. 2) und dabei die Ausflusszeit bestimmter Volumina gemessen. Zuerst wird der Durchmesser d_G des Glaszylinders mit einer Schieblehre und die Längen der drei Kapillaren mit einem Lineal bestimmt.

Danach wird die Temperatur des Wassers mit einem Thermometer gemessen. Nun wird zuerst die Ausflusszeit t_A des Wassers zwischen den Markierungen 50 cm und 45 cm aus dem Glaszylinder bei den drei Kapillaren mit einer Stoppuhr gemessen. Danach wird für die dünnste Kapillare die Ausflusszeit $t(h)$ abhängig von der Höhe der Wassersäule h im Zylinder bestimmt.

4 Auswertung

4.1 Oberflächenspannung

Die arithmetischen Mittel der gemessenen Durchmesser sind:

$$d_1 = (1.23 \pm 0.02)10^{-3} \text{ m}$$

$$d_2 = (1.76 \pm 0.02)10^{-3} \text{ m}$$

$$d_3 = (0.88 \pm 0.02)10^{-3} \text{ m}$$

Dabei wurde der Fehler als 1 Skaleneinteilung pro Messvorgang geschätzt. ($2 \cdot 10 \mu\text{m}$)

Im weiteren Verlauf des Protokolls bezeichnen die Indizes 1,2 und 3 jeweils mit diesen Kapillaren gemessene bzw. berechnete Werte.

Für die Dichte kann man wegen $\rho = \frac{T}{T_{\text{Wasser}}} \cdot \rho_{\text{Wasser}}$, $T = \sum_i m_i r_i$ den absoluter Fehler folgendermaßen ausrechnen:

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_{T_{\text{Wasser}}}}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T_{\text{Wasser}}}\right)^2}$$

Dabei bezeichnen m_i die Massen der Gewichtsstücke in r_i Entfernung von der Drehachse.

Es ergeben sich folgende Dichten:

$$\begin{aligned}\rho_{\text{Methanol}} &= (820 \pm 5.14) \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{Ethylenglykol}} &= (1050 \pm 2.88) \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$

Umstellen der Formel für den Höhenunterschied (1) nach der Oberflächenspannung ergibt:

$$\sigma = \frac{1}{2} h \rho g r$$

Der absolute Fehler für σ berechnet sich nun zu:

$$\sigma_\sigma = \sigma \sqrt{\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2}$$

Es ergeben sich für die drei Flüssigkeiten die folgenden gewichteten Mittelwerte für die Oberflächenspannung:

$\sigma_{\text{Wasser}} = (69.2 \pm 1.6) 10^{-3} \text{ N/m}$
$\sigma_{\text{Methanol}} = (24.2 \pm 0.8) 10^{-3} \text{ N/m}$
$\sigma_{\text{Ethylenglykol}} = (50.7 \pm 1.1) 10^{-3} \text{ N/m}$

4.2 Viskosität

4.2.1 Linearer Ansatz

Mit dem HAGEN-POISEUILLESchen Gesetz (2) und $\Delta V/\Delta t \approx \dot{V}$ (Sekantensteigung) erhält man folgende Beziehung:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot R_K^4}{8 \eta l},$$

die sich dann mit Hilfe der Hydrostatischen Grundgleichung und durch Mittelung ($\Delta P = h - \Delta h/2$) zu einer Formel zur Berechnung von η umstellen lässt:

$$\eta = \frac{\rho g \left(h - \frac{\Delta h}{2}\right) \Delta t R_K^4}{8 l \frac{\Delta h}{\Delta t} R_G^2}$$

Der relative Fehler für η beträgt somit:

$$\frac{\sigma_\eta}{\eta} = \sqrt{\left(\frac{4\sigma_{d_K}}{d_K}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_{d_G}}{d_G}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta h}}{\Delta h}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2}$$

Mit den gemessenen Werten ergeben sich für die drei Kapillaren die folgenden Mittelwerte:

$\eta_1 = (1.30 \pm 0.10) 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_2 = (1.61 \pm 0.15) 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_3 = (1.11 \pm 0.11) 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

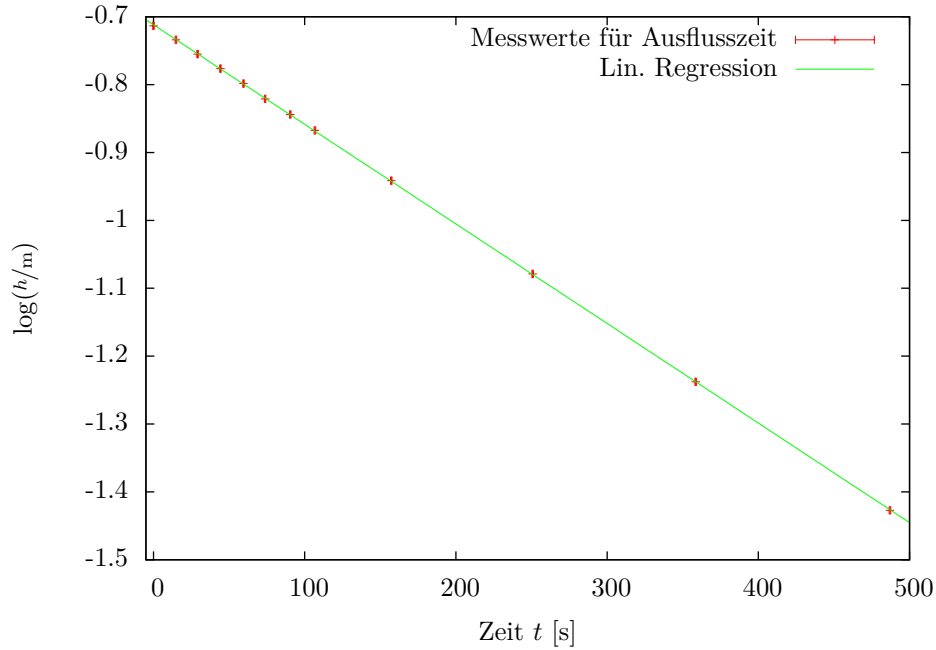


Abbildung 3: Lineare Regression für den Zusammenhang zwischen der Höhe des Flüssigkeitsspiegels und der Ausflusszeit

4.2.2 Logarithmischer Ansatz

Hier kann man nun $\dot{V} = A\dot{h}$ direkt in die HAGEN-POISEUILLE-Gleichung einsetzen:

$$\dot{V} = A \frac{dh}{dt} \stackrel{!}{=} \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot R_K^4}{8\eta l}$$

Für die Druckdifferenz gilt $\Delta P = \rho h g$.

Aus der Regression der Messwerte¹ (Siehe Abb. 3) durch $\ln(h/m) = \lambda t + b$ ergibt sich dann

$$\frac{\dot{h}}{h} = \frac{\frac{d}{dt} \exp(\lambda t + b)}{\exp(\lambda t + b)} = \lambda = (-1.466 \pm 0.002) \cdot 10^{-3}.$$

Umstellen liefert:

$$\eta = \frac{\rho g R_K^4}{8\lambda l R_G^2},$$

wobei der relative Fehler für η sich wie folgt ergibt:

$$\frac{\sigma_\eta}{\eta} = \sqrt{\left(\frac{4\sigma_{d_K}}{d_K}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_{d_G}}{d_G}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

Durch Einsetzen erhält man:

$$\eta = (1.08 \pm 0.11) \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

¹Mit gnuplot, $\chi_{\text{red}}^2 = 7.20667 \cdot 10^{-7}$

5 Diskussion

5.1 Oberflächenspannung

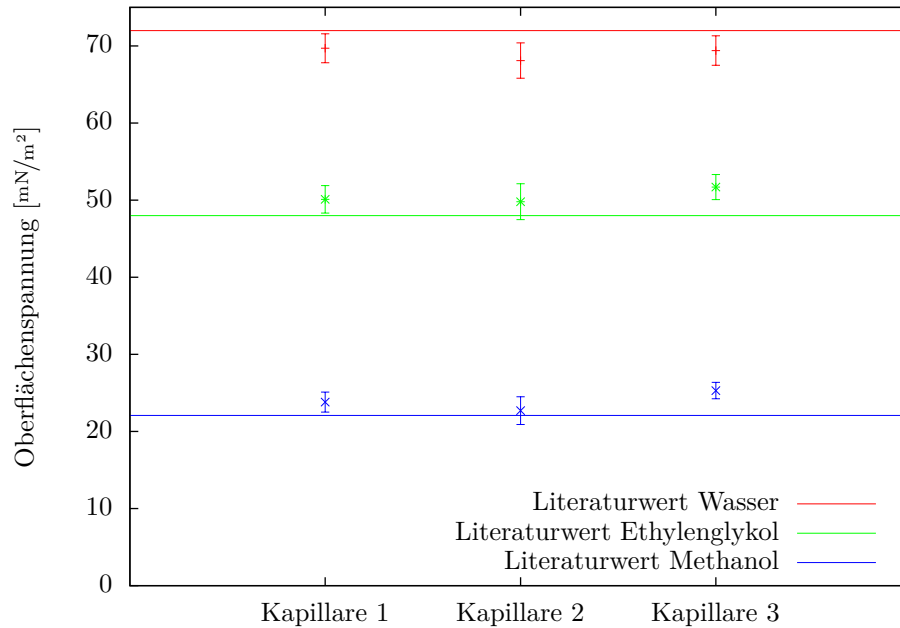


Abbildung 4: Ergebnisse für die Oberflächenspannung (Literaturwerte [1] bei 25°C)

	Ergebnis [10^{-3} N/m^2]	Literaturwert [10^{-3} N/m^2]	Rel. Messfehler %	Abw. Literaturwert %
Wasser	69.2	72.0	1.67	-4.06
Methanol	24.2	22.1	3.09	8.91
Ethylenglykol	50.7	48.0	2.11	5.40

Tabelle 1: Ergebnisse und Literaturwerte [1] für Oberflächenspannung

Im Vergleich mit Literaturwerten [1] (Tab. 1 und Abb. 4) weisen die Ergebnisse Abweichungen von weniger als 9% auf. Dies ist für die recht simple Messmethodik ein akzeptables Ergebnis. Eine Ursache der Abweichungen ist vermutlich die Temperatur der Flüssigkeiten zum Messzeitpunkt, da die Literaturwerte für eine höhere Temperatur angegeben wurden.

Dies erklärt jedoch nur die Abweichungen bei Methanol und Ethylenglykol, da eine höhere Temperatur zu geringfügig kleinerer Oberflächenspannung führt. Die statistischen Fehler scheinen aber recht gut geschätzt zu sein, denn die Ergebnisse liegen alle deutlich unter bzw. über den Literaturwerten, so dass vermutlich systematische Fehler die restliche Diskrepanz verursachen. Neben der Temperatur könnten dies Rückstände in den Kapillaren, eine unzulängliche Eichung der MOHRschen Waage oder der im Verhältnis zu Standardbedingungen niedrigere Druck am Versuchstag sein.

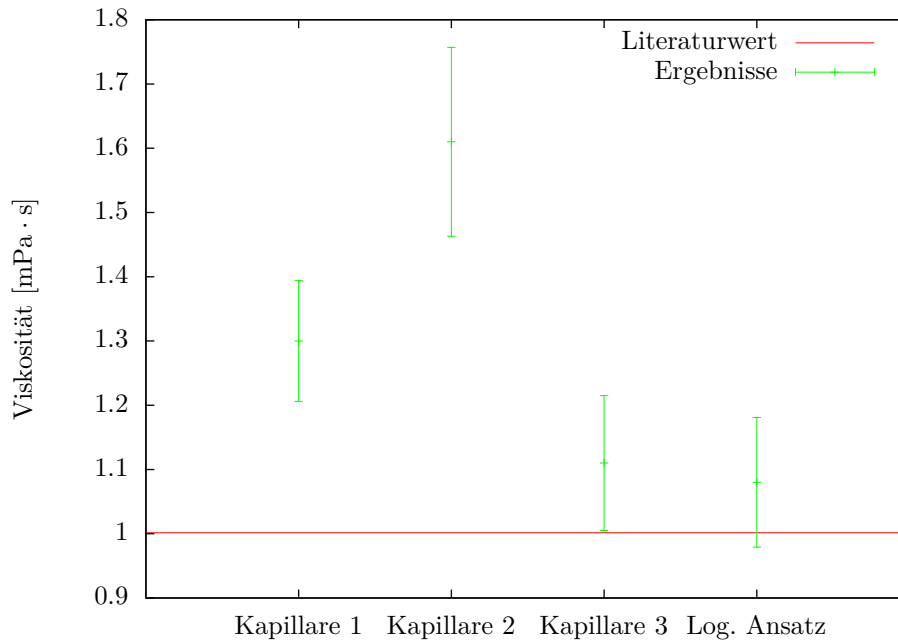


Abbildung 5: Ergebnisse für die Viskosität von Wasser bei linearem und logarithmischem Ansatz (Literaturwerte [1] bei 20°C)

	Ergebnis [10 ⁻³ Pa · s]	Literaturwert [10 ⁻³ Pa · s]	Rel. Messfehler %	Abw. Literaturwert %
Linearer Ansatz				
Kapillare 1	1.30	1.00	7.19	29.88
Kapillare 2	1.61	1.00	9.08	74.59
Kapillare 3	1.11	1.00	9.38	10.86
Logarithmischer Ansatz				
Kapillare 3	1.08	1.00	9.30	8.21

Tabelle 2: Ergebnisse und Literaturwert [1] für Viskosität

5.2 Viskosität

Diesmal weisen die Ergebnisse im Vergleich mit Literaturwerten [1] (Tab. 2 und Abb. 5) eine starke Abweichung auf. Vor allem der lineare Ansatz zeichnete sich durch seine Ungenauigkeit aus. Hierfür sind vermutlich die geringe Anzahl der Messwerte und die ungenaue Näherung des Volumenstroms durch Sekantensteigung verantwortlich.

Besonders auffallend ist die starke Abweichung der Messung bei Kapillare 2, bei der sich eine deutlich höhere Viskosität berechnen lässt. Vermutlich ist hierfür ein Umschlag in turbulente Strömung innerhalb der Kapillare verantwortlich, wodurch die innere Reibung natürlich erhöht würde.

Berechnungen der REYNOLDS-Zahlen² ergeben:

$$Re_1 \approx 904$$

$$Re_2 \approx 2240$$

$$Re_3 \approx 375$$

Da man bei einer Rohrströmung davon ausgeht, dass die Strömung bei $Re \approx 2000$ turbulent wird [2], scheint diese Vermutung korrekt zu sein. Außerdem haben Temperaturschwankungen einen sehr großen Einfluss auf die Viskosität, welches auch einen möglichen systematischen Fehler darstellt.

Zumindest beim logarithmischen Ansatz sind die Ergebnisse jedoch recht akzeptabel. Immerhin liegt hier der Literaturwert innerhalb des 1σ -Konfidenzintervalls. Zu beachten ist es, bei diesem Messverfahren eine möglichst dünne Kapillare zu wählen, um Turbulenz zu vermeiden und um genauere Messwerte durch die größere Ausflusszeit zu erhalten.

5.3 Verbesserungsvorschläge

Bei der Messung der Steighöhe in Kapillare 3 wurden die Steighöhen mit dem Lineal gemessen, da die aufgeklebte Messskala zu kurz war. Längere Messskalen wären also erwünschenswert.

²Via $Re = v\rho d/\eta$

A Tabellen und Grafiken

	Kapillare 1	Kapillare 2	Kapillare 3
Wasser	$(23.2 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$	$(15.1 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$	$(32.4 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$
Methanol	$(9.6 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$	$(6.4 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$	$(14.3 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$
Ethylenglykol	$(15.8 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$	$(11.0 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$	$(22.9 \pm 0.5)10^{-3} \text{ m}$

Tabelle 3: Arithmetische Mittelwerte der gemessenen Steighöhen

	Kapillare 1	Kapillare 2	Kapillare 3
Wasser	$(69.7 \pm 1.88)10^{-3} \text{ N/m}^2$	$(68.1 \pm 2.29)10^{-3} \text{ N/m}^2$	$(69.4 \pm 1.91)10^{-3} \text{ N/m}^2$
Methanol	$(23.7 \pm 1.31)10^{-3} \text{ N/m}^2$	$(22.6 \pm 1.80)10^{-3} \text{ N/m}^2$	$(25.1 \pm 1.06)10^{-3} \text{ N/m}^2$
Ethylenglykol	$(50.1 \pm 1.79)10^{-3} \text{ N/m}^2$	$(49.8 \pm 2.33)10^{-3} \text{ N/m}^2$	$(51.7 \pm 1.63)10^{-3} \text{ N/m}^2$

Tabelle 4: Zwischenergebnisse für die Oberflächenspannung

Literatur

- [1] LIDE, David P. (Hrsg.): *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 90. Ausgabe. CRC, 2010
- [2] MESCHEDÉ, Dieter: *Gerthsen Physik*. 23. Ausgabe. Springer, 2006
- [3] PRIOR, Mira ; MANN, Alexander: *LP - Mohrsche Waage*. – URL <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4773>. – Zugriffsdatum: 2012-05-06