

7 Der Adiabatenexponent c_p/c_V

Ziel dieses Versuches ist die Messung des Adiabatenexponenten $\kappa = c_p/c_V$ mittels zweier verschiedener Methoden: Im Teil A nach RÜCHARDT und im Teil B nach CLEMENT-DESORMES.

7.1 Stichworte

Teil A: Messung nach Rüchardt: Adiabatische Zustandsänderung eines Gases, Adiabatenexponent c_p/c_V nach Rüchardt, ungedämpfte Schwingung, Selbststeuerung.

Teil B: Messung nach Clement-Desormes: Isotherme und adiabatische Zustandsänderung eines Gases und Bestimmung von c_p/c_V nach Clement-Desormes.

7.2 Literatur

Teil A: Messung nach Rüchardt: NPP: 17; Walcher: 3.3; Gerthsen; BS-1: XI; Originalveröffentlichungen: E. Rüchardt, Physik. Zeitschr. **30**,58 (1929) [80]; A. Flammersfeld, Z. Nat. **27a**, 540 (1972) [24].

Teil B: Messung nach Clement-Desormes: NPP: 17; BS-1: XI; Gerthsen; Walcher: 3.3; Dem-1; Geschke.

7.3 Zubehör

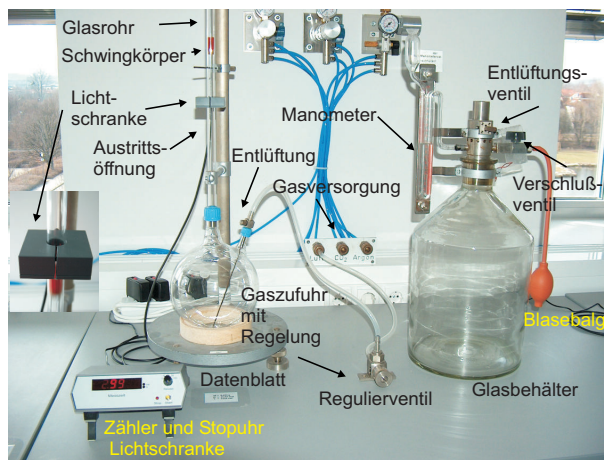


Bild 7.1: Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten: (links) Der Versuch »Adiabatenexponent nach Rüchardt«; (rechts): Der Versuch »Adiabatenexponent nach Clement-Desormes«.

Bild 7.1 zeigt links ein Foto des Versuches nach RÜCHARDT mit Zubehör: 1 Glaskolben nach Rüchardt mit Schwingkörper und Selbststeuerung, Lichtschranke, 1 Elektronischen Zähler mit Stoppuhr für Lichtschranke. Bild 7.1 zeigt rechts ein Foto des Versuches nach CLEMENT-DESORMES mit Zubehör: Flasche mit Ventilen und Blasebalg, verbunden mit einem Manometer mit Ölfüllung.

7.4 Grundlagen

7.4.1 Adiabatenexponent nach Rüchardt

Lässt man eine eng anliegende Kugel (kein Gas entweicht) in eine abgeschlossene Röhre fallen, so führt die Kugel eine gedämpfte Schwingung aus. Dieses Prinzip ist in Bild 7.2 nochmals veranschaulicht. Aus der Schwingungsdauer T kann man $\kappa = c_p/c_V$ bestimmen. Hat die Kugel

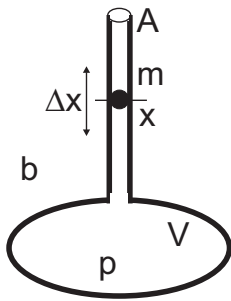


Bild 7.2: Schematisches Prinzip der Messung des Adiabatenexponenten nach Rüchardt.

die Masse m , das Rohr den Querschnitt A , das Gas den Druck p und sei der Luftdruck b , so ist die Kugel im Gleichgewicht wenn (Gewichtskraft + Luftdruck · Fläche = Gasdruck · Fläche):

$$p = b + \frac{mg}{A} \quad (7.1)$$

Schwingt die Kugel um eine Strecke Δx über die Gleichgewichtslage hinaus, so ändert sich der Gasdruck p im unteren Rohr um dp und es gilt:

$$m\ddot{x} = A \cdot dp. \quad (7.2)$$

Da der Vorgang adiabatisch erfolgt, hat man $pV^\kappa = \text{const}$ und durch Differentiation nach V :

$$dp = -\kappa p \frac{dV}{V} = -\kappa \frac{pA\Delta x}{V} \quad (7.3)$$

also

$$m\ddot{x} = -\kappa \frac{pA^2\Delta x}{V}, \quad (7.4)$$

was eine Schwingungsdauer T von

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa A^2 p}} \quad (7.5)$$

ergibt. Für den Adiabatenexponenten folgt mit dem Durchmesser d des Glasrohres ($A = \frac{1}{4}\pi d^2$) damit:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 m_{\text{eff}} V}{A^2 p T^2} \quad (7.6)$$

Die Schwingungsdauer geht quadratisch im Nenner ein, ihre Bestimmung ist also besonders genau durchzuführen, was durch Erhöhung der Zahl der gemessenen Schwingungen erreicht werden kann. Da im Rohr auch die Luftsäule mit der Masse m_L mitschwingt, muss die effektiv schwingende Masse m_{eff} entsprechend korrigiert werden: $m_{\text{eff}} = m + m_L$.

7.4.2 Adiabatenkoeffizient nach Clement-Desormes

Das Prinzip beruht auf der Druckmessung vor und nach einer adiabatischen Expansion. In einem Glasbehälter mit Volumen V_0 wird mit einem Blasebalg zunächst ein (geringer) Überdruck Δp gegen den Luftdruck b erzeugt. Nach thermischem Ausgleich auf T_0 (Zimmertemperatur), bei dem die Kompressionswärme an die Umgebung abgegeben wird, bestimmt man den verbleibenden Überdruck Δp , der mit dem U-Rohr Manometer gemessen wird. Dann haben wir $p_{\text{gas}} = b + \Delta p$ (Zustand a).

Nun wird ein Entlüftungsventil kurzzeitig geöffnet und das Gas expandiert gegen den Außendruck. Dies kostet innere Energie und die Temperatur des Gases sinkt (Zustand b)). Nach dem Druckausgleich haben wir wieder das Volumen V_0 (Zustand c)). Durch Wärmeaustausch mit der Umgebung steigt die Temperatur und damit auch der Druck (isochor) um Δp_2 wieder an (Zustand d)).

Die vier Zustände werden nochmal hier zusammengefasst:

Zustand a):	$V = V_0$	$p = b + \Delta p_1$	$T = T_0$	(7.7)
Zustand b):	$V = V_0 + \Delta V$	$p = b$	$T = T_0 - \Delta T$	
Zustand c):	$V = V_0$	$p = b$	$T = T_0 - \Delta T$	
Zustand d):	$V = V_0$	$p = b + \Delta p_2$	$T = T_0$	

Der Übergang von Zustand a) nach b) ist adiabatisch, also können wir die Poisson-Gleichung benutzen und erhalten:

$$(b + \Delta p_1) V_0^\kappa = b (V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (7.8)$$

$$(T_0 - \Delta T) (V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} = T_0 V_0^{\kappa-1} \quad (7.9)$$

Mit $\Delta V \ll V_0$ kann man auch schreiben:

$$(V_0 + \Delta V)^\kappa = V_0^\kappa \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right)^\kappa \approx V_0^\kappa + \kappa V_0^{\kappa-1} \Delta V, \quad (7.10)$$

und dann (7.8) und (7.9) umformen in:

$$\frac{\Delta p_1}{b} = \kappa \frac{\Delta V}{V_0} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Delta T}{T_0} = (\kappa - 1) \frac{\Delta V}{V_0}, \quad (7.11)$$

woraus schließlich folgt:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\Delta p_1}{b}. \quad (7.12)$$

Zustand c) geht in Zustand d) isochor über, wir können also mit der allgemeinen Gasgleichung beide miteinander verknüpfen:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0}. \quad (7.13)$$

Eliminiert man nun $\Delta T/T_0$ in (7.13) mittels (7.12) und löst nach κ auf, so erhält man schließlich ganz einfach:

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} \quad (7.14)$$

Die Druckdifferenzen werden über ein U-Rohr Manometer bestimmt. Hierzu müssen die Höhen h der Flüssigkeit auf beiden Seiten über die Spiegelskala abgelesen werden. Der Druck ergibt sich dann aus der Höhendifferenz $\Delta h = h_l - h_r$ über die Dichte der Flüssigkeit.

7.5 Fragen

1. Erklären Sie die Begriffe isotherme, isobare, isochore und adiabatische Zustandsänderung. Welche Größen bleiben bei diesen Zustandsänderungen jeweils konstant?
2. Leiten Sie bitte die Poisson-Gleichungen für ideale Gase her. Was bedeutet in diesem Zusammenhang der Adiabatenexponent κ und wie ist er definiert?
3. Berechnen Sie die Adiabatenexponenten κ der im Versuch verwendeten Gase mit Hilfe der Anzahl ihrer Freiheitsgrade (Einatmig, zweiatmig, dreiatmig...).
4. Wie lautet der dritte Hauptsatz der Thermodynamik (Stichwort: Entropie am absoluten Nullpunkt)? Was kann daraus auf die experimentelle Erreichbarkeit des absoluten Nullpunkts geschlossen werden? Als Hilfe: Machen Sie sich klar, welche Möglichkeiten der Temperaturniedrigung es für ein System gibt. Betrachten Sie dann das Verhalten der Entropie für diese Vorgänge.

7.6 Weiterführendes

1. Warum werden Schwingungen der atomaren Bindungen bei der Berechnung des Adiabatenkoeffizienten nicht berücksichtigt (Stichwort: Franck-Condon-Prinzip)?
2. Warum ist die Dichte des Öls im Öl-Manometers nicht angegeben?

7.7 Durchführung

7.7.1 Teil A: Rüchardt

1. Das Gasreguliertventil aufdrehen (Der Schwingkörper sollte sich heben). Zum intensiven Gasaustausch im Glaskolben auch das Entlüftungsventil für etwa 3 Minuten öffnen. Das Entlüftungsventil dann für die Messung wieder verschliessen. Dieser beschleunigte Gasaustausch sollt auch bei jedem Gaswechsel durchgeführt werden.
2. Das auf dem Tisch befestigte Nadelventil wird dann langsam geöffnet und so eingestellt, dass sich eine symmetrische Schwingung um die Öffnung im Glasrohr ergibt¹, ohne dass der Schwingkörper anschlägt).
3. Stellen Sie an der Stoppuhr die gewünschte Anzahl von Schwingungen ein (1, 10, 20, 50, 100). Die jeweilige Messung starten Sie dann mit »Start«. Die Messung ist beendet, wenn die rote LED aufleuchtet und eine Zeit angezeigt wird. Die Schwingungsdauer ist mit derselben Apparatur für jede der drei Gasarten zu messen: 10 mal für 1 Schwingung und jeweils 3 mal für 10, 20, 50 und 100 Schwingungen². Der Schwingkörper soll dabei möglichst symmetrisch um die Öffnung des Glasrohres schwingen.
4. Notieren Sie die benötigten Daten an der Apparatur. Bestimmen und notieren Sie die ungefähre Schwingungsamplitude des Gewichtes um die Öffnung im Rohr.
5. Man bestimme mit dem Barometer den Luftdruck b im Raum.

7.7.2 Teil B: Clement-Desormes

Man erhöhe den Druck im Messgefäß und lese nach Temperatúrausgleich mit der Umgebung den sich einstellenden Überdruck Δh_1 ab. Darauf entspanne man das Gas durch kurzzeitiges Öffnen des Entlüftungsventils und lese nach Temperatúrausgleich den neuen Gasüberdruck Δh_2 ab. Man führe die Messung für drei verschiedene Öffnungszeiten (ca. 0,1 s, 1 s, 5 s) aus. Bitte notieren Sie den aktuell herrschenden Luftdruck b .

7.8 Angaben

Die Masse m des Schwingkörpers, Rohrrinnendurchmesser r_i , Volumen von Kolben und Rohr bis zur Öffnung V sind neben der Apparatur »Rüchardt« angegeben und im Protokoll zu notieren.

¹ Dies ist ein kleiner Schlitz etwa in halber Höhe des Rohres

² Weichen die Zeiten für die gleiche Messung und Schwingungszahl stark voneinander ab, war der Gasaustausch wohl noch nicht vollständig.

7.9 Auswertung

7.9.1 Rüchardt

Berechnen Sie, für jedes Gas und jede Einzelmessung (1, 10, 50, 100 Schwingungen) separat, c_p/c_V für Luft, Ar und CO₂ nach der Formel:

$$\frac{c_p}{c_V} = \frac{64 \cdot m_{\text{eff}} \cdot V}{T^2 \cdot p \cdot d^4} \quad (7.15)$$

und bilden dann den gewichteten Mittelwert. Diese Formel ist bitte herzuleiten und die Selbststeuerung zu erklären. Schließen Sie aus den erhaltenen Werten auf die Zahl der Freiheitsgrade f im jeweiligen Gas und erläutern Sie diese.

7.9.2 Clement-Desormes

1. c_p/c_V für Luft ist nach der folgenden Formel zu berechnen:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \quad (7.16)$$

2. Man verfolge den Gang des Versuches im p-V-Diagramm und leite die Formel (7.16) ab. Diskutieren Sie bitte das Verhalten für größere Öffnungszeiten.
3. Aus den Ergebnissen von Teil A (Rüchardt) und B (Clement-Desormes) für Luft berechne man das gewichtete Mittel (mit Fehler) und gebe die benötigten Formeln an.

7.10 Bemerkungen

Bei der Methode »Rüchardt« muss zwischen 2 Messungen mit verschiedenen Gasen der Kolben ca. 3 min mit dem neuen Gas bei geöffnetem Entlüftungsventil durchgespült werden. Hierzu wird das am Glaskolben befindliche Ventil geöffnet. Die zentrale Gasversorgung kann und darf nur vom Techniker oder der betreuenden Person bedient werden.